

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS (PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA)

1.- María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.

- Calcule la probabilidad de que gane Laura.
- Calcule la probabilidad de que gane María.

2.- Un fabricante de pilas alcalinas sabe que el tiempo de duración, en horas, de las pilas que fabrica sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 3600. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95% ha obtenido para la media el intervalo de confianza (372.6, 392.2).

- Calcule el valor que obtuvo para la media de la muestra y el tamaño muestral utilizado.
- ¿Cuál sería el error de su estimación, si hubiese utilizado una muestra de tamaño 225 y un nivel de confianza del 86.9%?

3.- Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que:

$$P(B^c) = \frac{3}{4} \text{ y } P(A) = P(A/B) = \frac{1}{3}$$

( $B^c$  indica el complementario del suceso B).

- Razone si los sucesos A y B son independientes.
- Calcule  $P(A \cup B)$ .

4.- El peso de los paquetes enviados por una determinada empresa de transportes se distribuye según una ley Normal, con una desviación típica de 0.9 kg. En un estudio realizado con una muestra aleatoria de 9 paquetes, se obtuvieron los siguientes pesos en kilos:

9.5, 10, 8.5, 10.5, 12.5, 10.5, 12.5, 13, 12.

- Halle un intervalo de confianza, al 99%, para el peso medio de los paquetes enviados por esa empresa.
- Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra, en el caso de admitir un error máximo de 0.3 kg, con un nivel de confianza del 90%.

5.- Un ordenador personal está contaminado por un virus y tiene cargados dos programas antivirus que actúan independientemente uno del otro. El programa  $p_1$  detecta la presencia del virus con una probabilidad de 0.9 y el programa  $p_2$  detecta el virus con una probabilidad de 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que el virus no sea detectado?

6.- En un colegio el 4% de los chicos y el 1% de las chicas miden más de 175 cm de estatura. Además el 60% de los estudiantes son chicas. Si se selecciona al azar un estudiante y es más alto de 175 cm, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante sea chica?

7.- Se quiere conocer la permanencia media de pacientes en un hospital, con el fin de estudiar una posible ampliación del mismo. Se tienen datos referidos a la estancia, expresada en días, de 800 pacientes, obteniéndose los siguientes resultados:  $\bar{X} = 8.1$  días;  $s = 9$  días. Se pide obtener un intervalo de confianza del 95% para la estancia media.

8.- Se quiere comprobar, con un nivel de significación de 0.05, si una muestra de tamaño  $n = 20$  con media  $\bar{X} = 10$  procede de una población que se distribuye según una normal de media igual a 14 y desviación típica igual a 3.

9.- Se quiere estimar la media de la nómina mensual que reciben los directivos de las compañías multinacionales que operan en Europa.

- Si la varianza de la nómina en la población es de  $1000 \text{ €}^2$ . ¿Cuál es la varianza de la media muestral cuando el tamaño de la muestra es de 100?
- Si en las condiciones del apartado anterior, la media muestral es de 4008 €. ¿Se rechazaría, con un nivel de confianza del 0,95, la hipótesis de que la nómina media es de 4000 €?

10.- Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,2$  y  $P(A \cup B) = 0,5$ . ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Razona la respuesta.

11.- El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica le gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegida al azar una persona a la que le gusta la música clásica sea jubilada.

12.- La duración (en años) de la placa base de los ordenadores sigue una distribución normal de parámetros  $\mu = 10$ ,  $\sigma = 2$ . Calcula la probabilidad de que una placa base dure más de 12 años.

13.- Dos expertos,  $E_1$  y  $E_2$ , realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por  $E_1$  es 0,55 y por  $E_2$  es 0,45. Si una peritación ha sido realizada por  $E_1$ , la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,98 y si ha sido realizada por  $E_2$ , la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por  $E_2$ .

14.- En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable aleatoria normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto. Se pide:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?
- ¿Cuál es la distribución de la media muestral si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

15.- En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0,02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0,09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea halógena?

**16.-** El precio de ciertos electrodomésticos puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Los precios en euros correspondientes a 9 de estos electrodomésticos son:

255    85    120    290    80    80    275    290    135

- a) Construir un intervalo de confianza al 98% para la media poblacional.
- b) Hallar el tamaño mínimo que debe tener la muestra, para que con un nivel de confianza del 99%, el error de estimación del precio medio no supere los 50 euros.

**17.-** En un grupo de personas, al 50% les han puesto alguna vez una multa de tráfico. Por otro lado, al 12,5% no les han puesto nunca una multa pero sí han sufrido alguna vez un accidente. Finalmente, al 60% de quienes nunca han tenido un accidente no les han puesto nunca una multa.

- (a) ¿Qué porcentaje no han tenido nunca un accidente ni les han puesto nunca una multa?
- (b) ¿Qué porcentaje no han tenido nunca un accidente?
- (c) Entre las personas que nunca han tenido una multa, ¿qué porcentaje no han tenido nunca un accidente?

**18.-** En los últimos años el consumo familiar de cierta ciudad en electricidad (en Kw) según una normal de media 6,3 con desviación típica de 1,2. Sin embargo, desde hace unos meses las tarifas eléctricas han experimentado varias reducciones, y se piensa que esto ha podido repercutir en un aumento del consumo. Recientemente, para una muestra de 47 familias se ha obtenido un consumo diario de 6,8. Suponiendo que el consumo sigue siendo aproximadamente Normal y que la desviación típica se ha mantenido:

- (a) Plantea un test para contrastar que el abaratamiento de las tarifas no ha influido en el consumo, frente a que ha tenido la repercusión que se piensa, como parecen indicar los datos. Si se concluyera que la media de consumo se ha mantenido y realmente subió ¿cómo se llama el error cometido?
- (b) ¿A qué conclusión se llega en el test planteado en el apartado anterior con un nivel de significación del 1%?

**19.-** En un centro de Secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la Lengua. Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro, Calcula la probabilidad de que:

- 1) suspenda esas tres asignaturas.
- 2) suspenda sólo una de ellas.

**20.-** Las alturas, expresadas en centímetros de los estudiantes de segundo de Bachillerato se distribuye normalmente con una desviación típica de 20 cm. En un colectivo de 500 estudiantes de segundo de Bachillerato se ha obtenido una media de 160 cm.

- 1) Calcula, con una probabilidad del 98% , entre qué valores estará la media de la altura de la población total de estudiantes de segundo de Bachillerato.
- 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

**21.-** En una urna  $U_1$  hay 4 bolas blancas, numeradas de 1 a 4, y 2 bolas negras, numeradas de 1 a 2, mientras que en la urna  $U_2$  hay 2 bolas blancas, numeradas de 1 a 2, y 4 bolas negras, numeradas de 1 a 4. Si se extraen al azar dos bolas, una de cada urna, hallar:

(a) La probabilidad de que tengan el mismo número.

(b) La probabilidad de que sean del mismo color.

**22.-** Para ir al trabajo, un individuo toma el bus, el 30% de las veces, o el metro (el 70% restante), y llega tarde el 40% de las veces que va en bus y el 20% de las que va en metro. Cierta día llegó tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que tomara el bus?

**23.-** El jugador (de baloncesto) A encesta un 60% de los tiros libres que lanza, mientras que B encesta el 70%. Si cada uno de ellos hace 300 lanzamientos ¿qué es más probable: que A consiga más de 193 canastas o que B consiga menos de 196?

**24.-** Según una encuesta preelectoral, la intención de voto a cierto partido político está entre el 42% y el 48%. Se trata de un intervalo de confianza, pero en la ficha técnica no figura el tamaño de la muestra, ni tampoco el nivel de confianza utilizado.

(a) Suponiendo que la muestra haya sido de 1056 individuos, ¿cuál es el nivel de confianza?

(b) Con una muestra más pequeña, ¿el nivel de confianza sería mayor o menor que el anterior? Justifica la respuesta.

**25.-** A una velada de baile asistieron un total de 20 personas. La primera chica bailó con 7 muchachos, la segunda con 8, y así sucesivamente, hasta la última que bailó con todos los muchachos. ¿Cuántos muchachos había en la velada?

**26.-** El beneficio obtenido por la producción y venta de  $x$  kilos de un artículo viene dado por la función  $B(x) = -0.01x^2 + 3.6x - 180$

a) Determinar los kilos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.

b) Determinar los kilos que hay que producir y vender como máximo para que la empresa no tenga pérdidas.

**27.-** La probabilidad de que cierto equipo de fútbol gane un partido es 0.4 y la de que pierda es 0.3. ¿Cuál es la probabilidad de que empate?

**28.-** Dos parejas de novios deciden ir al cine. Si se sientan al azar en cuatro butacas contiguas, ¿cuál es la probabilidad de que cada uno esté al lado de su pareja?

**29.-** La estatura de los miembros de una población se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 9 cm. Con el fin de estimar la media se toma una muestra de 9 individuos de la población, obteniéndose para ellos una media aritmética igual a 170 cm.

a) Calcula el intervalo de confianza al nivel del 95% para la estatura media de la población.

b) Calcula el tamaño muestral necesario para estimar la media de la población con una precisión de  $\pm 5$  cm y un nivel de confianza del 99%.

**30.-** En una asignatura de primer curso de una titulación universitaria, asisten a clase regularmente 210 alumnos de los 300 que hay matriculados. Además se sabe que aprueban el 80% de los alumnos que asisten a clase y el 15% de los que no asisten. Calcular la probabilidad de los cuatro sucesos siguientes:

- a) Se elige al azar un alumno matriculado y resulta que:
  - i) Ha asistido a clase.
  - ii) No ha asistido a clase y ha aprobado.
  - iii) Ha aprobado.
- b) Se elige al azar un alumno de entre los que han aprobado y resulta que ha asistido a clase.

**31.-** En un país se selecciona aleatoriamente una muestra de 900 personas. A la salida de los colegios electorales se les preguntó si habían votado al partido político X y 289 contestaron que sí y el resto que no. Determinar un intervalo que nos de el porcentaje de votos del partido X con un nivel de confianza del 95%, explicando los pasos utilizados para su obtención.

**32.-** Una urna A contiene 5 bolas blancas y 4 negras y otra urna B contiene 1 blanca y dos negras. Se extrae una bola al azar de la urna A y se introduce en la B. Después se extrae de la urna B una bola al azar.

- a) Calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea blanca.
- b) Supongamos que la bola extraída de la urna B sea blanca, calcula la probabilidad de que la extraída de la urna A también sea blanca.

**33.-** El peso medio de 100 naranjas de una determinada variedad es de 272 g. Se sabe que la desviación típica poblacional es de 20 g. A un nivel de significación de 0.05, hay suficiente evidencia para rechazar la afirmación de que el peso medio poblacional es de 275 g?

**34.-** Se supone que la vida de las bombillas de un determinado tipo sigue una distribución normal de media 1000 horas y desviación típica 60 horas. Se toma una muestra al azar de 225 bombillas y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea menor que 996 horas?

**35.-** Se hizo una encuesta aleatoria entre 130 estudiantes universitarios, de los cuales 85 eran mujeres, sobre el número de horas que estudian diariamente fuera del aula, obteniéndose una media de 3,4 horas.

- a) Si la desviación típica es de 1,1 horas, obtener un intervalo de confianza, al 98%, para la media del número de horas que estudian diariamente fuera del aula los estudiantes universitarios.
- b) Obtener un intervalo de confianza, al 90%, para la proporción de mujeres entre los estudiantes universitarios.

**36.-** Hace diez años, se hizo un amplio estudio y se concluyó que, como máximo, el 40% de los estudiantes universitarios eran fumadores. Para ver si actualmente se mantienen las mismas conclusiones, se tomó una muestra de 78 estudiantes entre los que 38 eran fumadores.

- a) Con un nivel de significación del 10%, ¿Se acepta que el porcentaje de fumadores entre los universitarios es menor o igual que el 40%?
- b) Se amplió la encuesta hasta 120 personas, y se obtuvo que 54 eran fumadores. Con un nivel de significación del 5%, ¿se tomaría la misma decisión que en el apartado anterior?

**37.-** En un centro comercial se sabe que el 35% de los clientes pagan con tarjeta.

- a) Si en una caja han pagado 120 clientes, ¿cuál es el número esperado de clientes que no han pagado con tarjeta?
- b) Si en una caja han pagado 200 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que hayan pagado con tarjeta entre 60 y 85 clientes?
- c) Si en una caja han pagado 400 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 260 no lo hayan hecho con tarjeta?

**38.-** En un país se sabe que la altura de la población se distribuye según una normal cuya desviación típica es igual a 10 centímetros.

- a) Si dicha media fuera de 170 centímetros, calcular la probabilidad de que la media muestral, de una muestra de 64 personas, difiera menos de un centímetro de la media de la población.
- b) ¿Cuál es el tamaño muestral que se debe tomar para estimar la media de la altura de la población con un error menor de 2 centímetros y con un nivel de confianza del 95%.
- c) Y si, en el apartado anterior, aumentamos el nivel de confianza al 99%, ¿qué tamaño muestral se necesitará?

**39.-** En una máquina, en la que se ha roto el indicador de la longitud de las piezas que esta fabricando, se sabe que la desviación típica de la longitud de las piezas que produce es de 0,2 cm. Un trabajador cree que la máquina estaba regulada para fabricar piezas de una longitud media igual a 5 cm.

- a) Si se toma una muestra de 16 piezas y se obtiene una media de 5,12 cm., con un nivel de significación del 5%, ¿se acepta la hipótesis del trabajador frente a la hipótesis de que la máquina estaba regulada para fabricar piezas de una longitud mayor?
- b) Si la media muestral del apartado anterior se hubiese obtenido de una muestra de tamaño 36 y el nivel de significación fuera del 1%, ¿aceptaríamos la hipótesis del trabajador frente a la hipótesis de que la máquina está regulada para fabricar piezas de una longitud mayor?

**40.-** En una empresa, el 20% de los trabajadores son mayores de 45 años, el 8% desempeña algún puesto directivo y el 6% es mayor de 45 años y desempeña algún puesto directivo.

- a) ¿Qué porcentaje de los trabajadores tienen más de 45 años y no desempeña ningún cargo directivo?
- b) ¿Qué porcentaje de los trabajadores no es directivo ni mayor de 45 años?
- c) Si la empresa tiene 150 trabajadores, ¿cuántos son directivos y no tienen más de 45 años?

**41.-** Se sabe que el gasto semanal (en euros) en ocio para los jóvenes de cierta ciudad sigue una distribución normal con desviación típica  $\sigma$  conocida.

a) Para una muestra aleatoria de 100 jóvenes de esa ciudad, el intervalo de confianza al 95% para el gasto medio semanal  $\mu$  es (27, 33). Calcula la correspondiente media muestral  $\bar{X}$  y el valor de  $\sigma$ .

b) ¿Que número de jóvenes tendríamos que seleccionar, como mínimo, para garantizar, con una confianza del 95%, una estimación de dicho gasto medio con un error máximo no superior a 2 euros semanales?

**42.-** La probabilidad de que un estudiante universitario termine su carrera en los años establecidos por el plan de estudios es  $\frac{3}{5}$  y la de que su hermana finalice la suya sin perder ningún año es  $\frac{2}{3}$ . Halla la probabilidad de que:

- a) Ambos terminen sus estudios en los años establecidos.
- b) Solo el varón los termine en plazo fijado.
- c) Al menos uno de los dos los termine en el tiempo establecido.

**43.-** El salario medio correspondiente a una muestra de 900 personas de una población dada es de 72 euros. Se sabe que los salarios de esa población siguen una normal con desviación típica de 84 euros. ¿Se puede afirmar que el salario medio de dicha población es de 700 euros con un nivel de confianza del 95 %?

**44.-** El 60% de las personas que visitaron un museo durante el mes de mayo eran españolas. De éstos el 40% eran menores de 20 años. En cambio, de los que no eran españoles, tenían menos de 20 años el 30%. Calcular:

- a) La probabilidad de que un visitante elegido al azar tenga menos de 20 años.
- b) Si se escoge un visitante al azar, la probabilidad de que no sea español y tenga 20 años o más.

**45.-** Las máquinas A y B producen 50 y 250 piezas por hora, con un porcentaje de fallos del 1%, respectivamente. Tenemos mezcladas las piezas fabricadas en una hora y elegimos una pieza al azar. Calcular:

- a) La probabilidad de que sea una pieza no defectuosa fabricada en la máquina B.
- b) La probabilidad de que esté fabricada en la máquina A, si sabemos que es defectuosa.

**46.-** La media de las calificaciones globales obtenidas por 10 alumno fue 6,8 puntos y sus horas de estudio totales sumaron 120. Si  $x$  representa las horas de estudio de cada estudiante e  $y$  su calificación, el coeficiente de correlación entre  $x$  e  $y$  es 0,8. Sabiendo que la desviación típica de  $x$  coincide con la de  $y$ , explicar, razonadamente, cómo se obtiene la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$  y calcularla.

**47.-** La estatura de una población se distribuye normalmente con media 1,70 metros y desviación típica 0,1 metros.

- a) Se selecciona una persona al azar. Explica razonadamente cómo se obtiene la probabilidad de que su estatura sea menor de 1,72 metros y calcular dicha probabilidad. (1 punto)
- b) Se seleccionan al azar tres personas. Obtener razonadamente la probabilidad de que sólo una de las personas seleccionadas mida más de 1,72 metros. (2,3 puntos)

**48.-** En una población escolar se ha comprobado que la estatura sigue un modelo Normal de probabilidad. A partir de una muestra de 81 escolares de dicha población se ha calculado una estatura media de 159 cm y una cuasivarianza de  $169 \text{ cm}^2$ . teniendo en cuenta esta información:

- a) Determinar el error máximo que cometeríamos, con una confianza de 99%, si estimamos en 159 cm la estatura media en esa población escolar.
- b) ¿Podríamos rechazar, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis de que la estatura media en esa población es de 160 cm?

Justificar las respuestas.

**49.-** En el segundo curso de bachillerato de cierto instituto se han matriculado el doble de mujeres que de varones. Sabiendo que un 25% de las mujeres fuman y que no lo hacen un 60% de los varones, determinar la probabilidad de que seleccionada al azar una persona en el segundo curso de bachillerato de ese instituto resulte ser una persona fumadora. Justificar la respuesta.

**50.-** Las probabilidades de aprobar los exámenes de Historia, Lengua e Inglés son, para un alumno determinado:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$  y  $\frac{3}{5}$  respectivamente. Obtener las probabilidades de:

1. Suspender las tres asignaturas.
2. Suspender solo una de las tres.
3. Suspender Lengua si se sabe que solo suspendió una asignatura de las tres.

**51.-** Un determinado producto se envasa en paquetes cuyo peso, en gramos, se comporta como una normal  $N(250,35)$ . Si con dichos paquetes se forman cajas de 100 unidades, se pide determinar:

1. El intervalo de confianza del 90% para los pesos medios de los paquetes en las cajas.
2. El número de paquetes de las cajas si queremos que el error cometido sea la décima parte que en el caso anterior, con un nivel de confianza del 90%.