

PROGRAMACIÓN LINEAL

Inecuación lineal con dos incógnitas: desigualdad con dos incógnitas que tiene en sus miembros expresiones de grado uno como mucho.

Tipos: $ax + by \leq c$; $ax + by \geq c$; $ax + by < c$; $ax + by > c$.

Cada par de valores (x, y) que satisfacen la inecuación es una solución de la inecuación. Las soluciones forman un semiplano, que será cerrado o abierto dependiendo de si es una desigualdad estricta o no.

Sistema de inecuaciones con dos incógnitas: conjunto de inecuaciones lineales con dos incógnitas que deben verificarse simultáneamente.

La solución del sistema son los valores x e y que satisfacen a la vez todas las inecuaciones. Representamos en el plano los semiplanos solución de ambas inecuaciones. Las soluciones del sistema son las coordenadas de los puntos que pertenecen a la vez a los semiplanos solución.

Programación lineal: trata de optimizar (maximizar o minimizar) una función lineal, denominada función objetivo, estando las variables sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante inecuaciones lineales:

$$f(x, y) = ax + by \text{ s.a. } a_i x + b_i y \leq c_i \text{ ó } a_i x + b_i y \geq c_i \text{ ó } a_i x + b_i y < c_i \text{ ó } a_i x + b_i y > c_i$$

El conjunto solución determinado por las distintas inecuaciones, se llama región factible, y es un polígono, cuyos lados son las rectas de asociadas a cada restricción; éste polígono puede estar acotado o no.

El conjunto de todas las soluciones posibles (todo punto del polígono) se denomina conjunto solución factible.

La solución óptima es aquella que maximiza o minimiza la función objetivo y se encuentra en la frontera de la región factible. Puede ser única, múltiple, no acotada, o no factible.

Métodos de resolución:

- **Método algebraico:** las soluciones obtenidas algebraicamente se encuentran en los vértices de la región factible.
- **Método gráfico:** utilizamos las denominadas rectas de nivel asociadas a la función objetivo $f(x) = ax + by$; $ax + by = k$. La solución óptima se consigue encontrando la recta de mayor o menor nivel que tiene puntos de la región factible. $f(x) = ax + by$; $ax + by = k$

Problema del transporte: un producto se elabora en varias plantas, n , y en su producción intervienen las materias a_1, a_2, \dots, a_s . Este producto debe ser enviado a m destinos cuyo coste por envío desde cada planta a cada destino es conocido. Además se deben enviar en cantidades b_1, b_2, \dots, b_r . El objetivo es minimizar el coste total del transporte.

Problema de la dieta: para que una dieta sea equilibrada deben ingerirse n elementos nutritivos básicos en cantidades mínimas b_1, b_2, \dots, b_s . Estos elementos se encuentran en m alimentos. Conocemos cuál es la cantidad de cada elemento en cada unidad de cada uno de los alimentos y el coste de la unidad de cada alimento. Se debe minimizar el coste de la dieta pero cubriendo las necesidades nutritivas mínimas.