INTEGRALES

Integral indefinida: dada una función $f(x)$, $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ si $F'(x) = f(x)$. Al conjunto de todas las primitivas de $f(x)$ se le llama integral indefinida de $f(x)$ y se representa $\int f(x)dx = F(x) + c$ **.**

Propiedades de la integral indefinida:

- $\int \left(f(x) \pm g(x) \right) dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

Tabla de integrales inmediatas: (ver tabla)

Métodos de integración:

Sustitución: consiste en realizar un cambio de variable $t = \phi(x) \Rightarrow dt = \phi'(x)dx$, de forma que la integral se transforma en otra más fácil de integrar.
Partes: utilizamos la fórmula $\int udv = uv - \int vdu$
Funciones racionales:

$$grado(P(x)) < grado(Q(x)) \text{ sino } \int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \int C(x)dx + \int \frac{R(x)}{Q(x)}dx, \ y \ las \ raíces \ de \ Q(x) \ son \ reales$$

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \begin{cases} si \ Q(x) \ tiene \ sólo \ raíces \ simples: \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{A_1}{x-a_1} + ... + \dfrac{A_n}{x-a_n} \\ si \ Q(x) \ tiene \ una \ raíz \ multiple: \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{A^1}{x-a} + ... + \dfrac{A^m}{(x-a)^m} \\ si \ Q(x) \ tiene \ raíces \ simples \ y \ multiples: \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{A_1^1}{x-a_1} + ... + \dfrac{A_1^m}{(x-a_1)^m} + ... + \dfrac{A_n^1}{(x-a_n)} + ... + \dfrac{A_n^m}{(x-a_n)^m} \end{cases}$$

Funciones trigonométricas:

$$\int sen^n(x)\cos^m(x)dx \Rightarrow \begin{cases} n \ impar \ (t = \cos x) \\ m \ impar \ (t = senx) \\ n, \ m \ pares \ (fórmulas \ del \ ángulo \ doble) \end{cases}$$

Integral definida entre a y b: el área de la región limitada por $f(x), \ x = a, \ x = b \ e \ y = 0$, $\int_a^b f(x)dx$

Propiedades de la integral definida:

$$i)\int_a^a f(x)dx = 0 \ ii)Si \ f(x) > 0 \ \forall x \in [a,b] \Rightarrow \int_a^b f(x)dx > 0 \ iii)Si \ f(x) < 0 \ \forall x \in [a,b] \Rightarrow \int_a^b f(x)dx < 0$$
$$iv)\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx \ v)\int_a^b \left(f(x) \pm g(x) \right) dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_b^c g(x)dx \ vi)\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$
$$vii)Si \ \forall x \in [a,b], \ f(x) \le g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx \ viii)\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Teorema fundamental del cálculo: sea $f(x)$ una función continua y $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ su función integral, se cumple $F'(x) = f(x)$

Regla de Barrow: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Área encerrada por una curva: sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a,b]$ y $f(x) \ge 0$, el área de la región limitada por $f(x), \ x = a, \ x = b \ e \ y = 0$ tiene por área $A = \int_a^b f(x)dx$

Área entre dos curvas: sean $f(x) \ y \ g(x)$ dos funciones continuas en el intervalo $[a,b]$ y tales que $f(x) \ge g(x)$, el área de la región limitada por $f(x), \ g(x), \ x = a, \ x = b$ es $A = \int_a^b \left(f(x) - g(x) \right) dx$